



LICEO CLASSICO STATALE "DANIELE CRESPI"

Classico e Linguistico

Via G. Carducci 4 – 21052 BUSTO ARSIZIO (VA)

www.liceocrespi.it - Tel. 0331 633256 - Fax 0331 674770 - E-mail: lccrespi@tin.it

C.F. 81009350125 – Cod.Min. VAPC01000A



UNI EN ISO 9001: 2000

Indicazioni per il recupero e per il consolidamento consigliato di MATEMATICA

QUARTA GINNASIO – PRIMA LICEO LINGUISTICO

(testi "Algebra 1" e "Elementi di geometria" di Re Fraschini e Grazzi)

- Per ogni argomento:
 - rivedere la teoria sulla prima parte del testo
 - eseguire nell'ordine gli esercizi sotto elencati su fogli ad anelli o protocollo intercalandoli con gli eventuali esercizi guidati (ricopiare tutto l'esercizio guidato). *Non tralasciare gli esercizi svolti, sono i più importanti e ti guideranno nello svolgimento degli esercizi successivi.*
- Ripassare contemporaneamente algebra e geometria e ogni volta svolgere alcuni esercizi di algebra e alcuni di geometria (svolgere entrambi nell'ordine dato)
- Consegnare il lavoro sotto indicato, ordinato per argomento, il giorno della prova per il saldo del debito formativo oppure la prima ora di matematica a.s. 2008-09 per chi ha il consolidamento.

Argomento

Esercizi

A	Insiemi	Esercizi di recupero U.D. 1 da pag. 356 a pag. 361 + Scheda di valutazione
L	Operazioni e insiemi numerici	Esercizi di recupero U.D. 4 da pag. 421 a pag. 427 (no n. 1-2) + Scheda di valutazione (no n. 1-2)
G	Monomi	Esercizi di recupero U.D. 6 da pag. 531 a pag. 534 + Scheda di valutazione
E	Polinomi	Esercizi di recupero U.D. 7 da pag. 536 a pag. 540 (no n. 16-17-18-19) + Scheda di valutazione (no n. 4-5)
B	Scomposizioni di polinomi	Esercizi di recupero U.D. 8 da pag. 542 a pag. 547 (no n. 15-16) + Scheda di valutazione + fotocopia allegata (MCD e mcm dal 552 al 567)
R	Frazioni algebriche	Esercizi di recupero U.D. 9 da pag. 548 a pag. 551 + Scheda di valutazione + fotocopie allegata (semplificazione dal 595 al 611 + espressioni dal 20 al 33)
A	Equazioni	Esercizi di recupero U.D. 10 da pag. 599 a pag. 601 (solo n. 1-2-3) + fotocopia allegata (dal 47 al 64)

+++++

G	Triangoli	Esercizi di recupero Cap. 2 da pag. 217 a pag. 221 + fotocopie allegata (esercizi guidati dal 10 al 15 e dimostrazioni dal 7 al 16)
E	Isometrie	Esercizi di recupero Cap. 4 da pag. 249 a pag. 253

M
E
T
R
I
A

552 $a^3 - a$; a^2 ; $a^5 - a^3$ [M.C.D. = a ; m.c.m. = $a^3(a+1)(a+1)$]

553 x ; $x-1$; $x+1$ [M.C.D. = 1; m.c.m. = $x(x-1)(x+1)$]

554 $a+2$; $a+6$; $a+3$ [M.C.D. = 1; m.c.m. = $(a+2)(a+3)(a+6)$]

555 x^2-1 ; x^3-x^2 ; x^3-x [M.C.D. = $x-1$; m.c.m. = $x^2(x-1)(x+1)$]

556 a^2+2a ; $2a+4$; $4a-2a^2$ [M.C.D. = 1; m.c.m. = $2a(a+2)(a-2)$]

557 x^2-9 ; x^2-6x+9 ; x^2-3x [M.C.D. = $x-3$; m.c.m. = $x(x+3)(x-3)^2$]

558 $5a^3+2a^2-15a-6$; $-7a^3+4a^2+21a-12$
[M.C.D. = a^2-3 ; m.c.m. = $(a^2-3)(5a+2)(-7a+4)$]

559 $x^2-4xy+4y^2$; x^2-4y^2 ; $x^3-6x^2y+12xy^2-8y^3$
[M.C.D. = $x-2y$; m.c.m. = $(x+2y)(x-2y)^3$]

560 $4a^2-1$; $12a+6$; $2a^2+a-1$ [M.C.D. = 1; m.c.m. = $6(2a-1)(2a+1)(a+1)$]

561 x^3+2x^2+x ; x^4-x^2 ; x^4-1 [M.C.D. = $x+1$; m.c.m. = $x^2(x+1)^2(x-1)(x^2+1)$]

562 $2ax-4ay-2bx+4by$; $2ax+ay-2bx-by$; $2x^2-3xy+2y^2$
[M.C.D. = 1; m.c.m. = $2(a-b)(x-2y)(2x+y)$]

563 $x^2-x+ax-a$; x^2-1 ; $3x-3-x^2+1$
[M.C.D. = $x-1$; m.c.m. = $(x+a)(x-1)(x+1)(2-x)$]

564 a^3-8 ; a^3-4a^2+4a ; a^2-4 [M.C.D. = $a-2$; m.c.m. = $a(a-2)^2(a+2)(a^2+2a+4)$]

565 x^2-2xy ; $2x^3-8x^2y+8xy^2$; $6x^2-6xy-12y^2$
[M.C.D. = $x-2y$; m.c.m. = $6x(x-2y)^2(x+y)$]

566 a^2+a-2 ; a^2+2a-3 ; a^2-6a+5
[M.C.D. = $a-1$; m.c.m. = $(a+2)(a-1)(a+3)(a-5)$]

567 x^3y-xy^3 ; $x^4y+4x^3y^2+3x^2y^3$; $2x^3y^2+2x^2y^3$
[M.C.D. = $xy(x+y)$; m.c.m. = $2x^2y^2(x+y)(x-y)(x+3y)$]

$$595 \frac{x^5 - 2x^4y + x^3y^2}{x^5 - 3x^4y + 3x^3y^2 - x^2y^3}$$

$$\left[\frac{x}{x-y} \right]$$

$$596 \frac{a^4 - 2a^2 + 1}{a^3 - a + 3a^2 - 3}$$

$$\left[\frac{a^2 - 1}{a + 3} \right]$$

$$597 \frac{8x^3 + y^3}{4x + 2y}$$

$$\left[\frac{4x^2 - 2xy + y^2}{2} \right]$$

$$598 \frac{3xy - x^2 - bx}{b^2 + bx - 3by}$$

$$\left[-\frac{x}{b} \right]$$

$$599 \frac{a^3 + 2a^2b + ab^2}{a + b}$$

$$[a(a+b)]$$

$$600 \frac{2x^5 - 50x}{x^4 + 8x^2 + 15}$$

$$\left[\frac{2x(x^2 - 5)}{x^2 + 3} \right]$$

$$601 \frac{a^3 - b^3 - 3ab(a - b)}{2(a - b)^2}$$

$$\left[\frac{a - b}{2} \right]$$

$$602 \frac{y^3 - 2y^2 + y}{y^3 - 3y^2 + 3y - 1}$$

$$\left[\frac{y}{y-1} \right]$$

$$603 \frac{2a^2 + 3a - 5}{2a^2 + 7a + 5}$$

$$\left[\frac{a-1}{a+1} \right]$$

$$604 \frac{2x^2 - 3x - 2}{4x^2 + 4x + 1}$$

$$\left[\frac{x-2}{2x+1} \right]$$

$$605 \frac{a^3 - 6a^2 + 12a - 8}{a^4 - 8a^2 + 16}$$

$$\left[\frac{a-2}{a^2 + 4a + 4} \right]$$

$$606 \frac{x^2 - 2x + 1 + bx - b}{x^2 + b^2 + 1 - 2x + 2bx - 2b}$$

$$\left[\frac{x-1}{b+x-1} \right]$$

$$607 \frac{ba^2 - 2a^2 + 3b - 6}{ba^2 - 2a^2 - 3b + 6}$$

$$\left[\frac{a^2 + 3}{a^2 - 3} \right]$$

$$608 \frac{a^3 - 1}{a^3 - 2a^2 + 2a - 1}$$

$$\left[\frac{a^2 + a + 1}{a^2 - a + 1} \right]$$

$$609 \frac{(3a+1)^2 - 9}{27a^3 - 8}$$

$$\left[\frac{3a+4}{9a^2 + 6a + 4} \right]$$

$$610 \frac{x^8 - 2x^4 + 1}{x^4 + 2x^2 + 1}$$

$$[x^4 - 2x^2 + 1]$$

$$611 \frac{(a^2 + b^2 - 1)^2 - (a^2 - b^2 + 1)^2}{2b^4 - 4b^2 + 2}$$

$$\left[\frac{2a^2}{b^2 - 1} \right]$$

$$20 \left(\frac{a^2}{4a^2+4ab+b^2} - \frac{a-b}{6a+3b} \right) : \frac{a^3-b^3}{12a+6b} \quad \left[\frac{2}{(2a+b)(a-b)} \right]$$

$$21 \left(\frac{b-1}{b^2+4b+3} - \frac{b+3}{b^2-2b-3} \right) : \left(\frac{2}{b+3} + \frac{3}{b-3} \right) \quad \left[-\frac{2}{1+b} \right]$$

$$22 \left(\frac{a-2}{a^3+8} - \frac{b-1}{a^2b-2ab+4b} \right) : \left(\frac{a}{b} - \frac{4a}{a+2} \right) \quad \left[\frac{1}{a(a^2-2a+4)} \right]$$

$$23 \left(\frac{a^2}{4a^2+b^2+4ab} - \frac{a-b}{2a+b} + \frac{a+b}{4a+2b} \right) : \left(\frac{5}{b} + \frac{3}{a} \right) \quad \left[\frac{ab^2}{2(2a+b)^2} \right]$$

$$24 \left[\frac{2+x}{2-x} - \frac{4a+2ax}{4a-4ax+ax^2} + \frac{2x^2}{(x-2)^2} \right] \cdot \left(\frac{x}{2} - \frac{2}{x} \right) \quad \left[1 + \frac{x}{2} \right]$$

$$25 \left(\frac{x}{x^2+2xy+y^2} - \frac{1}{x+y} + \frac{1}{3x+3y} \right) \cdot \left(\frac{1}{x^2} + \frac{2}{xy} + \frac{1}{y^2} \right) \quad \left[\frac{x-2y}{3x^2y^2} \right]$$

$$26 \left(\frac{b^2+1}{2b^2+4} - \frac{b^2-1}{3b^2-6} + \frac{1}{b^4-4} \right) : \left(b^2-7 + \frac{18}{b^2+2} \right) \quad \left[\frac{1}{6(b^2-2)} \right]$$

$$27 \left(\frac{x^2}{1-3x+3x^2-x^3} - \frac{x}{x^2-2x+1} + \frac{2}{x-1} \right) \cdot \frac{x^2-2x+1}{3x^2+x-2} \quad \left[\frac{1}{1-x^2} \right]$$

$$28 \left(\frac{1}{ab+a+bx+x} - \frac{1}{ab-bx+a-x} \right) : \left(\frac{2}{a+x} - \frac{3}{a-x} + \frac{3x+a}{a^2-x^2} \right) \quad \left[\frac{1}{b+1} \right]$$

$$29 \left[1 + \frac{3a(a+b)}{b^2-ab-2a^2} \right] \cdot \left(b-5a + \frac{9a^2}{a+b} \right) \quad [-2a+b]$$

$$30 \left(y+1 - \frac{2}{1-y} \right) \left(y-2 - \frac{y^2}{y+3} \right) : \left[y-8 + \frac{10(2y-3)}{y^2+2y-3} \right] \quad [1]$$

$$31 \left[\left(\frac{x}{x^2-x-6} + \frac{x}{x^2+5x+6} - \frac{1}{x+2} \right) : \left(\frac{1}{x+2} - \frac{1}{x-1} \right) \right] \cdot \left(1 - \frac{18}{x^2+9} \right) \quad \left[\frac{1-x}{3} \right]$$

$$32 \left[\frac{1}{x+3y} \left(1 - \frac{x}{x+3y} \right) + \frac{1}{x-3y} \left(1 - \frac{x}{x-3y} \right) \right] \cdot \frac{x^4-18x^2y^2+81y^4}{6xy} \quad [-6y]$$

$$33 \frac{y-2}{2y^2+y-1} : \left(\frac{1}{2y-1} - \frac{1}{y+1} \right) + \frac{3-2y}{y^2-3y+2} : \left(\frac{1}{y-1} + \frac{1}{y-2} \right) \quad [-2]$$

$$47 \quad (-2)^2 3x + 5x = 4 + 4x + (-3)^2(x - 4) \quad \{S = \{1\}\}$$

$$48 \quad (6x + 8)(x + 12) = (2x + 38)(2x + 1) + (2x + 1)(12 + x) \quad \{S = \{2\}\}$$

$$49 \quad 6(x + 1) + 10(x - 1) - 60 = 0 \quad \{S = \{4\}\}$$

$$50 \quad 6x - 5 - x(3 - x) = (3x - 2)^2 - (2x - 3)(4x - 1) \quad \{S = \{6\}\}$$

$$51 \quad [(4x - 3)(3x - 1) - 1 - 3(-1 + 2x)^2]^2 - 4 - x^2 = 2x \quad \{S = \emptyset\}$$

$$52 \quad 4x - (5 - x) = 2x + 3(2x - 2) \quad \left[S = \left\{ \frac{1}{3} \right\} \right]$$

$$53 \quad x - 3(x - 2) = 5 + x + 2 - 4(3 - 2x) \quad \{S = \{1\}\}$$

$$54 \quad 12(x - 1) + 3(x + 2) = 6(x + 3) \quad \left[S = \left\{ \frac{8}{3} \right\} \right]$$

$$55 \quad 7(x - 2) - 2(3 + 2x) + 3(5 - x) = 0 \quad \{S = \emptyset\}$$

$$56 \quad 2x - 3(15 - x) = 6x - 5(11 - x) + 11 \quad \left[S = \left\{ -\frac{1}{6} \right\} \right]$$

$$57 \quad 5(3 - 2x) - 2(3x - 2) + 4x - 7 = 0 \quad \{S = \{1\}\}$$

$$58 \quad 7(x - 2) - 2(2 + 2x) + 3(6 - x) = 0 \quad \{S = \mathcal{Q}\}$$

$$59 \quad 17x - 15(3x + 4) = 28x - 11 + 13(5 - 2x) \quad \left[S = \left\{ -\frac{19}{5} \right\} \right]$$

$$60 \quad 3[4x - 2(3x - 2) - 5] + 5x = -[-3(2x - 1)] \quad \{S = \{0\}\}$$

$$61 \quad 2[7 - 3x + 4(6 - 2x) - 3(x + 1)] = 5[2x + (-x - 5)] \quad \left[S = \left\{ \frac{27}{11} \right\} \right]$$

$$62 \quad 4 - \{-[2 - (-x - 5) + 4 - 3x] - (2x - 1) - 3x\} = 0 \quad \left[S = \left\{ -\frac{14}{3} \right\} \right]$$

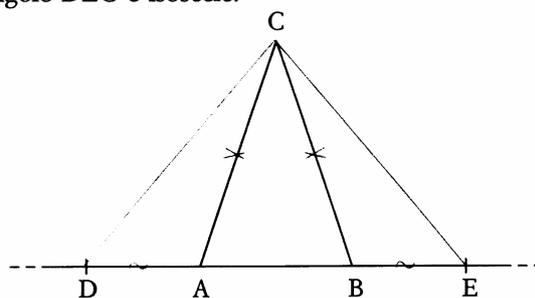
$$63 \quad 3\{-3[-2(-x)] - [-x(-3)] - 5x\} = 12x - 2[-(-x + 2)] \quad \left[S = \left\{ -\frac{1}{13} \right\} \right]$$

$$64 \quad (x + 5)^2 - 12 = x^2 - 7x + 47 \quad \{S = \{2\}\}$$

10 Sui prolungamenti della base AB di un triangolo isoscele ABC si considerino due segmenti congruenti AD e BE . Dimostrare che il triangolo DEC è isoscele.

Ipotesi $AC \cong CB$
 D, A, B, E allineati
 $DA \cong BE$

Tesi DEC isoscele



Dim. Si considerino i triangoli ADC e; essi hanno

$AC \cong \dots$ per ipotesi
 $\dots \cong BE$ per ipotesi
 $\widehat{CAD} \cong \dots$ perché angoli supplementari.....

 } $\rightarrow DAC \cong \dots \rightarrow$
 (per ... criterio)

$\rightarrow \dots \cong CE \rightarrow$ il triangolo è isoscele sulla base c.v.d.
 (lati corrispondenti
 in triangoli congruenti)

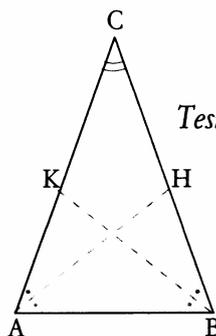
11 Siano AH e BK le bisettrici degli angoli alla base di un triangolo isoscele ABC . Dimostrare che $CK \cong CH$.

Dim. Si considerino i triangoli CKB e CHA .

Essi hanno
 $CB \cong CA$ per
 $\widehat{ACB} \dots\dots\dots$
 $\widehat{CBK} \cong \widehat{CAH}$ perché metà degli angoli
 alla base
 } \rightarrow
 $\rightarrow CKB \cong CHA \rightarrow CK \cong CH.$
 (per ... criterio) (lati
 in triangoli)

Ipotesi $AC \cong CB$
 $\widehat{BAH} \cong \widehat{HAC}$
 $\dots \cong \dots$

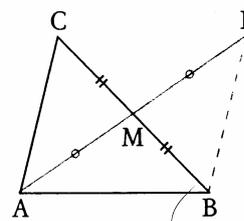
Tesi $CK \cong CH$



c.v.d.

12 Si prolunghi la mediana AM di un triangolo ABC di un segmento $ME \cong AM$. Dimostrare che i segmenti AC e BE risultano congruenti.

Ipotesi A, M, E allineati *Tesi*



Dim. Si considerino i triangoli AMC e MBE ; essi hanno

$CM \cong \dots$ per
 $AM \cong \dots$ per
 $\widehat{AMC} \cong \dots$ perché angoli
 } $\rightarrow AMC \cong MBE \rightarrow AC \cong BE$
 (per... criterio) (lati.....
 in triangoli.....)

c.v.d.

13 Sui prolungamenti dei lati CA e CB di un triangolo isoscele ABC si considerino rispettivamente i segmenti AD e BE tra loro congruenti. Detto N il punto di intersezione dei segmenti DB e AE , si dimostri che il triangolo ANB è isoscele.

Ipotesi $CA \cong CB$ *Tesi* ANB isoscele
 C, A, D allineati

 $DA \cong$

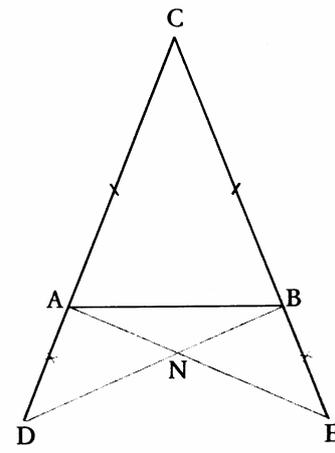
Dim. Si considerino i triangoli ABD e; essi hanno

$AD \cong$ per ipotesi

AB in

$\widehat{DAB} \cong$ perché angoli

.....



} $\rightarrow ABD \cong$ \rightarrow
 (per criterio)

$\rightarrow \widehat{DBA} \cong$ $\rightarrow ANB$ è isoscele, con base AB , perché

(angoli corrispondenti
 in) c.v.d.

14 Dato il triangolo equilatero ABC , sui prolungamenti dei lati AB, BC, CA si prendano, sempre nello stesso senso, tre segmenti BD, CE, AF congruenti fra loro. Dimostrare che il triangolo FDE è equilatero.

Ipotesi $AB \cong BC \cong CA$
 A, B, D allineati

Tesi FDE equilatero

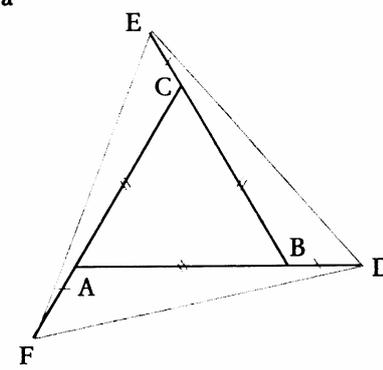
Dim. Si considerino i tre triangoli $AFD, BDE,$

essi hanno

$AD \cong BE \cong$ perché somme di segmenti rispettivamente congruenti

$AF \cong$ \cong per

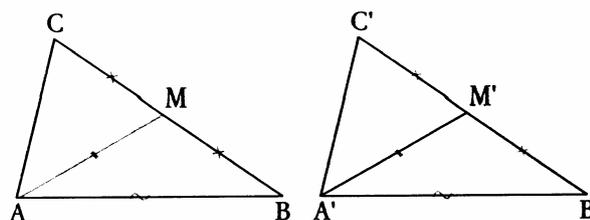
$\widehat{FAD} \cong \widehat{DBE} \cong$ perché angoli angoli congruenti del triangolo equilatero dato. I tre triangoli sono quindi congruenti per e in particolare sarà $FD \cong$ \cong perché lati corrispondenti in; il triangolo FDE è quindi equilatero, avendo c.v.d.



15 Di due triangoli ABC e $A'B'C'$ si sa che $AB \cong A'B', BC \cong B'C'$ e che le mediane relative ai lati BC e $B'C'$ sono congruenti. Dimostrare la congruenza dei triangoli ABC e $A'B'C'$.

Ipotesi $AB \cong A'B'$
 $BC \cong$

Tesi $ABC \cong A'B'C'$



Dim. Si considerino i triangoli ABM e $A'B'M'$;

essi hanno

$$\left. \begin{array}{l} AB \cong A'B' \text{ per ipotesi} \\ MB \cong M'B' \text{ perché metà di} \\ AM \cong A'M' \text{ per} \end{array} \right\} \rightarrow ABM \cong A'B'M' \rightarrow \widehat{B} \cong \widehat{B}'$$

(per criterio) (angoli
.....)

Consideriamo ora i triangoli ABC e $A'B'C'$; essi hanno

$$\left. \begin{array}{l} AB \cong \text{..... per ipotesi} \\ \widehat{B} \cong \widehat{B}' \text{ perché è stato prima dimostrato} \\ \text{.....} \end{array} \right\} \rightarrow ABC \cong A'B'C'$$

(per ... criterio)

c.v.d.

7. Sia ABC un triangolo isoscele di base AB . Si prolunghi AB dalla parte di B di un segmento BE , e si prolunghi AB dalla parte di A di un segmento AD , in modo che AD sia congruente a BE . Congiunto C con D e con E , dimostrare che il triangolo DEC è isoscele.
[Occorre prendere in esame i triangoli DAC e CBE ...]

8. Si consideri un triangolo equilatero ABC . Si prolunghino i lati AC , CB , BA rispettivamente dalla parte di C , B , A di tre segmenti CE , BF , DA tra loro congruenti. Dimostrare che DEF è un triangolo equilatero.

9. I lati CA e CB di un triangolo isoscele ABC di vertice C , vengono prolungati, rispettivamente dalla parte di A e di B di due segmenti congruenti AM e BN . Dimostrare che:

- 1) $MB \cong AN$
- 2) $\widehat{CAN} \cong \widehat{MBC}$
- 3) $MO \cong ON$, essendo O il punto di intersezione tra MB e AN .

10. Si consideri un triangolo isoscele ABC , di vertice A . Si prolunghino i lati AB e AC , dalla parte di A , rispettivamente di due segmenti AE e AF congruenti. Si dimostri che $BF \cong EC$.

11. Dato il triangolo isoscele ABC , di vertice C , sui lati AC e CB si considerino, rispettivamente, due punti P e Q tali che $CP \cong CQ$. Sia N il punto di intersezione di AQ con PB . Dimostrare che il triangolo PNQ è isoscele.

12. Si consideri un triangolo ABC ; si prolunghi il lato AC , dalla parte di C , di un segmento $CE \cong CB$ e si prolunghi BC , dalla parte di C , di un segmento $CD \cong CA$. Si indichi con H il punto di intersezione delle rette BA e DE . Dimostrare che il triangolo BEH è isoscele. Basandosi poi sull'intuizione si dica quando non è possibile determinare il punto H , illustrando il caso con un disegno.

13. Si consideri un triangolo isoscele ABC , di base AB . Si prolunghi AC , dalla parte di C di un segmento CE (minore del lato del triangolo isoscele) e si prolunghi BC , dalla parte di C , di un segmento $CD \cong CE$. Sia T il punto di intersezione delle rette AD e EB . Dimostrare che il triangolo ABT è isoscele.

14. Si consideri un triangolo isoscele ABC , di vertice C . Si prolunghino AC e CB , rispettivamente dalla parte di A e di B , di due segmenti congruenti: AE e BF ; su AC e CB si considerino rispettivamente due punti H e K tali che $CH \cong CK$. Sia T l'intersezione delle rette EK e AB e G l'intersezione di HF e AB . Dimostrare che $AT \cong GB$.

15. Si consideri un triangolo isoscele ABC di base AB . Si prolunghi CA , oltre A , di un segmento AD e si prolunghi CB , oltre B , di un segmento $BE \cong AD$. Congiunto D con B ed E con A si prolunghi DB , oltre B , di un segmento BG e si prolunghi EA , oltre A , di un segmento $AF \cong BG$. Si dimostri che: $DF \cong EG$ e $FC \cong CG$.

16. Si prolunghi la base AB di un triangolo isoscele ABC dalla parte di A di un segmento AD e dalla parte di B di un segmento $BE \cong AD$. Si prolunghino poi i lati AC e CB , dalla parte di C , rispettivamente di due segmenti congruenti CH e CK . Congiunti D con K e H con E si dimostri che $DK \cong HE$.